EX 20 PAGE33

I.

$$z^2+i\sqrt{3}z-i=0 \quad \Delta=-3+4i=(1+2i)^2 \Rightarrow \delta=1+2i$$

$$z=\frac{-i\sqrt{3}-1-2i}{2}=-\frac{1}{2}-i(1+\frac{\sqrt{3}}{2}) \quad ou \quad z=\frac{-i\sqrt{3}+1+2i}{2}=\frac{1}{2}+i(1-\frac{\sqrt{3}}{2})$$

II.

1. a/

$$(\cos\theta+i)^2=\cos^2\theta+2i\cos\theta-1=-(1-\cos^2\theta)+2i\cos\theta=-\sin^2\theta+2i\cos\theta$$

b/

$$(E):z^2+(2i\sin\theta)z-2i\cos\theta=0 \quad \Delta'=(i\sin\theta)^2+2i\cos\theta=-\sin^2\theta+2i\cos\theta=(\cos\theta+i)^2$$

$$z=-i\sin\theta-(\cos\theta+i)=-\cos\theta-i(1+\sin\theta) \; ou \; z=-i\sin\theta+(\cos\theta+i)=\cos\theta+i(1-\sin\theta)$$

2. a/

$$A,B\,et\,C\,alignées\,ssi\,\frac{z_B-z_A}{z_C-z_A}\,est\,un\,réel \Leftrightarrow \frac{\cos\theta-i.\sin\theta}{-\cos\theta-i.(\sin\theta+2)}\,est\,un\,réel$$

$$\Leftrightarrow (\cos\theta-i.\sin\theta)(-\cos\theta+i.(\sin\theta+2))\,est\,un\,réel$$

$$\Leftrightarrow (\cos\theta)(\sin\theta+2)+(\sin\theta)(\cos\theta)=0$$

$$\Leftrightarrow (\cos\theta)(2+2\sin(\theta))=0 \Leftrightarrow \cos\theta=0 \; ou \; \sin(\theta)=-1 \Leftrightarrow \theta=\frac{\pi}{2}\left(car\,\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\right)$$

b/

$$B\,et\,C\,appartiennent\,à\,un\,cercle\,de\,centre\,O\,Ssi\;|Z_B|=|Z_C| \Leftrightarrow |e^{-i\theta}+i|=|-e^{i\theta}-i|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\cos^2(\theta)+(1-\sin(\theta))^2}=\sqrt{\cos^2(\theta)+(1+\sin(\theta))^2}$$

$$\Leftrightarrow \sin(\theta)=0 \Leftrightarrow \theta=0\,(car\,\theta\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$$

Le rayon de ce cercle est $|Z_B|=|1+i|=\sqrt{2}$

Qarray.tn - Aqra Blech- Qarray.tn